ENAČBE NA MATURI

Problem

Na maturi pogosto nastopijo naloge oblike:

- Reši enačbo . . . .

Problem

Na maturi pogosto nastopijo naloge oblike:

- Reši enačbo ....
- Izračunaj ničle funkcije ....

Problem

Na maturi pogosto nastopijo naloge oblike:

- Reši enačbo ....
- Izračunaj ničle funkcije ....
- Poišči presečišča krivulj ... in ....

Problem

Na maturi pogosto nastopijo naloge oblike:

- Reši enačbo ....
- Izračunaj ničle funkcije ....
- Poišči presečišča krivulj ... in ....
- Poišči ekstreme funkcije ....

Problem

Na maturi pogosto nastopijo naloge oblike:

- Reši enačbo ....
- Izračunaj ničle funkcije ....
- Poišči presečišča krivulj ... in ....
- Poišči ekstreme funkcije ....

Opis enačbe

Take in podobne naloge so povezane z matematičnim pojmom **enačba**.

Opis enačbe

Take in podobne naloge so povezane z matematičnim pojmom **enačba**.Enačb je več vrst, vsem je skupno, da so zgrajene z leve strani (L) in desne strani (D), obe strani pa povezuje znak enakosti ($=$). Stran enačbe je sestavljena iz znanih in neznanih količin, računskih operacij in matematičnih funkcij.

Opis enačbe

Take in podobne naloge so povezane z matematičnim pojmom **enačba**.Enačb je več vrst, vsem je skupno, da so zgrajene z leve strani (L) in desne strani (D), obe strani pa povezuje znak enakosti (=). Stran enačbe je sestavljena iz znanih in neznanih količin, računskih operacij in matematičnih funkcij.

V tem prispevku se bomo ukvarjali z enačbami **z eno neznanko**.

Opis enačbe

Take in podobne naloge so povezane z matematičnim pojmom **enačba**.Enačb je več vrst, vsem je skupno, da so zgrajene z leve strani (L) in desne strani (D), obe strani pa povezuje znak enakosti ($=$). Stran enačbe je sestavljena iz znanih in neznanih količin, računskih operacij in matematičnih funkcij.

V tem prispevku se bomo ukvarjali z enačbami **z eno neznanko**.Rešiti enačbo pomeni, da neznano količino izrazimo (izračunamo) z znanimi količinami. Neznanke bomo bomo iskali v množici realnih števil ($\mathbb{R}$), včasih tudi v množici kompleksnih števil ($\mathbb{C}$).

Opis enačbe

Take in podobne naloge so povezane z matematičnim pojmom **enačba**.Enačb je več vrst, vsem je skupno, da so zgrajene z leve strani (L) in desne strani (D), obe strani pa povezuje znak enakosti $(=)$. Stran enačbe je sestavljena iz znanih in neznanih količin, računskih operacij in matematičnih funkcij.

V tem prispevku se bomo ukvarjali z enačbami **z eno neznanko**.Rešiti enačbo pomeni, da neznano količino izrazimo (izračunamo) z znanimi količinami. Neznanke bomo bomo iskali v množici realnih števil $(\mathbb{R})$, včasih tudi v množici kompleksnih števil $(\mathbb{C})$.
Dogovorimo se, da bomo enačbo z neznanko x označili:

$$L(x) = D(x),$$

kjer sta $L(x)$(leva stran) in $D(x)$ (desna stran) neka matematična izraza, v katerih nastopa tudi neznana količina x. (ali leva in desna stran sta funkciji spremenljivke x).

ReĹˇitev ali koren enačbe

Rešitev *ali* ***koren*** *enačbe je tako število, pri katerem je leva stran enačbe enaka desni strani, obe strani pa sta definirani.*

ReĹˇitev ali koren enačbe

***Rešitev** ali **koren** enačbe je tako število, pri katerem je leva stran enačbe enaka desni strani, obe strani pa sta definirani.*

Drugače povedano, število a rešitev enačbe $L(x) = D(x)$, če velja:

ReĹˇitev ali koren enačbe

Rešitev *ali* ***koren*** *enačbe je tako število, pri katerem je leva stran enačbe enaka desni strani, obe strani pa sta definirani.*

Drugače povedano, število a rešitev enačbe $L(x) = D(x)$, če velja:

- $L(a)$ in $D(a)$ lahko izračunamo in
- $L(a) = D(a)$.

ReĹˇitev ali koren enačbe

Rešitev *ali* ***koren*** *enačbe je tako število, pri katerem je leva stran enačbe enaka desni strani, obe strani pa sta definirani.*
Drugače povedano, število a rešitev enačbe $L(x) = D(x)$, če velja:

- $L(a)$ in $D(a)$ lahko izračunamo in
- $L(a) = D(a)$.

Število 0 je recimo rešitev enačbe $2x - 3 = x^2 - 3$, ni pa rešitev enačbe $\frac{x^2}{x} = 0$, ker leva stran pri $x = 0$ sploh ni definirana (=izračunljiva).

ReĹˇitev ali koren enačbe

Rešitev *ali* ***koren*** *enačbe je tako število, pri katerem je leva stran enačbe enaka desni strani, obe strani pa sta definirani.*

Drugače povedano, število a rešitev enačbe $L(x) = D(x)$, če velja:

- $L(a)$ in $D(a)$ lahko izračunamo in
- $L(a) = D(a)$.

Število 0 je recimo rešitev enačbe $2x - 3 = x^2 - 3$, ni pa rešitev enačbe $\frac{x^2}{x} = 0$, ker leva stran pri $x = 0$ sploh ni definirana (=izračunljiva).

Dogovorimo se, da bomo ***množico vseh rešitev*** *enačbe označili z* $\mathcal{R}$.

Enakovrednost enačb

Dve enačbi sta ***ekvivalentni (enakovredni)****, če sta njuni množici rešitev enaki.*

Enakovrednost enačb

Dve enačbi sta ***ekvivalentni (enakovredni)****, če sta njuni množici rešitev enaki.*

Tako sta enačbi $2x - 3 = x + 2$ in $x - 5 = 0$ ekvivalentni, enačbi $x^2 = 1$ in $x = 1$ pa nista ekvivalentni, saj ima prva množico rešitev $\mathcal{R}_1 = \{-1, 1\}$, druga pa $\mathcal{R}_2 = \{1\}$.

Preoblikovanje enačb

Elementarne transformacije *(preoblikovanja) so taki postopki, ki enačbo preoblikujejo v ekvivalentno enačbo.*

Preoblikovanje enačb

Elementarne transformacije *(preoblikovanja) so taki postopki, ki enačbo preoblikujejo v ekvivalentno enačbo.*

Za nas sta najpomembnejši transformaciji:

- Levi in desni strani enačbe lahko prištejemo ali odštejemo isto število: $L(x) = D(x) \Rightarrow L(x) \pm a = D(x) \pm a$.

Preoblikovanje enačb

Elementarne transformacije *(preoblikovanja) so taki postopki, ki enačbo preoblikujejo v ekvivalentno enačbo.*
Za nas sta najpomembnejši transformaciji:

- Levi in desni strani enačbe lahko prištejemo ali odštejemo isto število: $L(x) = D(x) \Rightarrow L(x) \pm a = D(x) \pm a$.
- Levo in desno stran enačbe lahko pomnožimo ali delimo z od nič različnim številom:
  $a \neq 0 \ \wedge \ L(x) = D(x) \Rightarrow a \cdot L(x) = a \cdot D(x) \wedge \ L(x) : a = D(x) : a$.

Tip enačbe

Tip enačbe *običajno določimo glede na funkcijo, ki v enačbi nastopa.*

Tip enačbe

Tip enačbe *običajno določimo glede na funkcijo, ki v enačbi nastopa.*
Tako imenujemo enačbo $x^2 = 2x + 3$ kvadratna,

Tip enačbe

Tip enačbe *običajno določimo glede na funkcijo, ki v enačbi nastopa.*
Tako imenujemo enačbo $x^2 = 2x + 3$ kvadratna,enačbo $\log_2(x-2) = 1$ logaritemska

Tip enačbe

Tip enačbe *običajno določimo glede na funkcijo, ki v enačbi nastopa.*
Tako imenujemo enačbo $x^2 = 2x + 3$ kvadratna,enačbo $\log_2(x-2) = 1$ logaritemska, enačbo $2\sin(x-\pi) + 1 = 0$ trigonometrična

Tip enačbe

Tip enačbe *običajno določimo glede na funkcijo, ki v enačbi nastopa.* Tako imenujemo enačbo $x^2 = 2x + 3$ kvadratna,enačbo $\log_2(x-2) = 1$ logaritemska, enačbo $2\sin(x-\pi) + 1 = 0$ trigonometrična, enačbo $\sqrt{40 - x^2} = 14 - 6x$ pa iracionalna.

Tip enačbe

Tip enačbe *običajno določimo glede na funkcijo, ki v enačbi nastopa.*
Tako imenujemo enačbo $x^2 = 2x + 3$ kvadratna,enačbo $\log_2(x-2) = 1$ logaritemska, enačbo $2\sin(x-\pi) + 1 = 0$ trigonometrična, enačbo $\sqrt{40 - x^2} = 14 - 6x$ pa iracionalna.
Ogledali si bomo naslednje tipe:

Tip enačbe

Tip enačbe *običajno določimo glede na funkcijo, ki v enačbi nastopa.* Tako imenujemo enačbo $x^2 = 2x + 3$ kvadratna,enačbo $\log_2(x-2) = 1$ logaritemska, enačbo $2\sin(x-\pi) + 1 = 0$ trigonometrična, enačbo $\sqrt{40 - x^2} = 14 - 6x$ pa iracionalna.

Ogledali si bomo naslednje tipe:

1. Linearna in kvadratna enačba.

Tip enačbe

Tip enačbe *običajno določimo glede na funkcijo, ki v enačbi nastopa.* Tako imenujemo enačbo $x^2 = 2x + 3$ kvadratna,enačbo $\log_2(x - 2) = 1$ logaritemska, enačbo $2\sin(x - \pi) + 1 = 0$ trigonometrična, enačbo $\sqrt{40 - x^2} = 14 - 6x$ pa iracionalna.
Ogledali si bomo naslednje tipe:

1. Linearna in kvadratna enačba.
2. Polinomske in racionalne enačbe.

Tip enačbe

Tip enačbe *običajno določimo glede na funkcijo, ki v enačbi nastopa.* Tako imenujemo enačbo $x^2 = 2x + 3$ kvadratna,enačbo $\log_2(x - 2) = 1$ logaritemska, enačbo $2\sin(x - \pi) + 1 = 0$ trigonometrična, enačbo $\sqrt{40 - x^2} = 14 - 6x$ pa iracionalna.

Ogledali si bomo naslednje tipe:

1. Linearna in kvadratna enačba.
2. Polinomske in racionalne enačbe.
3. Iracionalne enačbe.

Tip enačbe

Tip enačbe *običajno določimo glede na funkcijo, ki v enačbi nastopa.* Tako imenujemo enačbo $x^2 = 2x + 3$ kvadratna,enačbo $\log_2(x - 2) = 1$ logaritemska, enačbo $2\sin(x - \pi) + 1 = 0$ trigonometrična, enačbo $\sqrt{40 - x^2} = 14 - 6x$ pa iracionalna.
Ogledali si bomo naslednje tipe:

1. Linearna in kvadratna enačba.
2. Polinomske in racionalne enačbe.
3. Iracionalne enačbe.
4. Trigonometrične enačbe.

Tip enačbe

Tip enačbe *običajno določimo glede na funkcijo, ki v enačbi nastopa.* Tako imenujemo enačbo $x^2 = 2x + 3$ kvadratna,enačbo $\log_2(x-2) = 1$ logaritemska, enačbo $2\sin(x-\pi) + 1 = 0$ trigonometrična, enačbo $\sqrt{40 - x^2} = 14 - 6x$ pa iracionalna.
Ogledali si bomo naslednje tipe:

1. Linearna in kvadratna enačba.
2. Polinomske in racionalne enačbe.
3. Iracionalne enačbe.
4. Trigonometrične enačbe.
5. Eksponentne enačbe.

Tip enačbe

Tip enačbe *običajno določimo glede na funkcijo, ki v enačbi nastopa.* Tako imenujemo enačbo $x^2 = 2x + 3$ kvadratna,enačbo $\log_2(x-2) = 1$ logaritemska, enačbo $2\sin(x-\pi) + 1 = 0$ trigonometrična, enačbo $\sqrt{40 - x^2} = 14 - 6x$ pa iracionalna.

Ogledali si bomo naslednje tipe:

1. Linearna in kvadratna enačba.
2. Polinomske in racionalne enačbe.
3. Iracionalne enačbe.
4. Trigonometrične enačbe.
5. Eksponentne enačbe.
6. Logaritemske enačbe.

Tip enačbe

Tip enačbe *običajno določimo glede na funkcijo, ki v enačbi nastopa.* Tako imenujemo enačbo $x^2 = 2x + 3$ kvadratna,enačbo $\log_2(x-2) = 1$ logaritemska, enačbo $2\sin(x-\pi)+1=0$ trigonometrična, enačbo $\sqrt{40-x^2} = 14-6x$ pa iracionalna.
Ogledali si bomo naslednje tipe:

1. Linearna in kvadratna enačba.
2. Polinomske in racionalne enačbe.
3. Iracionalne enačbe.
4. Trigonometrične enačbe.
5. Eksponentne enačbe.
6. Logaritemske enačbe.
7. Preproste kompleksne enačbe.

Vzorčna oblika

Urediti enačbo *pomeni, da jo z elementarnimi transformacijami preoblikujemo v* ***značilno (kanonsko)*** *obliko.*

Vzorčna oblika

Urediti enačbo *pomeni, da jo z elementarnimi transformacijami preoblikujemo v* ***značilno (kanonsko)*** *obliko.*
Tako ima npr. linearna enačba kanonsko obliko $ax = b$, kvadratna $ax^2 + bx + c = 0$ itd.

Vzorčna oblika

Urediti enačbo *pomeni, da jo z elementarnimi transformacijami preoblikujemo v* ***značilno (kanonsko)*** *obliko.*

Tako ima npr. linearna enačba kanonsko obliko $ax = b$, kvadratna $ax^2 + bx + c = 0$ itd.

Enačbo običajno rešujemo tako, da jo najprej ***uredimo****, potem pa* ***uporabimo*** *katero od* ***naučenih*** *metod.*

Linearna enačba

Kanonska oblika za linearno enačbo je $\boxed{ax = b}$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Linearna enačba

Kanonska oblika za linearno enačbo je $\boxed{ax = b}$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.Do kanonske oblike pridemo z zaporedjem naslednjih operacij:

Linearna enačba

Kanonska oblika za linearno enačbo je $\boxed{ax = b}$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.Do kanonske oblike pridemo z zaporedjem naslednjih operacij:

- Odpravi ulomke.

Linearna enačba

Kanonska oblika za linearno enačbo je $\boxed{ax = b}$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.Do kanonske oblike pridemo z zaporedjem naslednjih operacij:

- Odpravi ulomke.
- Odpravi oklepaje.

Linearna enačba

Kanonska oblika za linearno enačbo je $\boxed{ax = b}$, $a, b \in \mathbb{R},\ a \neq 0$.Do kanonske oblike pridemo z zaporedjem naslednjih operacij:

- Odpravi ulomke.
- Odpravi oklepaje.
- Prenesi člene z neznanko na eno stran enačbe, ostale člene na drugo stran.

Linearna enačba

Kanonska oblika za linearno enačbo je $\boxed{ax = b}$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.Do kanonske oblike pridemo z zaporedjem naslednjih operacij:

- Odpravi ulomke.
- Odpravi oklepaje.
- Prenesi člene z neznanko na eno stran enačbe, ostale člene na drugo stran.

Primer: Reši enačbo $3x - 1 = (2x - 3)\sqrt{2}$ in rešitev zapiši brez korenov v imenovalcu.

Linearna enačba

Kanonska oblika za linearno enačbo je $\boxed{ax = b}$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.Do kanonske oblike pridemo z zaporedjem naslednjih operacij:

- Odpravi ulomke.
- Odpravi oklepaje.
- Prenesi člene z neznanko na eno stran enačbe, ostale člene na drugo stran.

Primer: Reši enačbo $3x - 1 = (2x - 3)\sqrt{2}$ in rešitev zapiši brez korenov v imenovalcu.

Kvadratna enačba

Kanonska oblika za kvadratno enačbo je $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$,
$a, b, c \in \mathbb{R},\ a > 0$.

Kvadratna enačba

Kanonska oblika za kvadratno enačbo je $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$, $a, b, c \in \mathbb{R},\ a > 0$. Enačbo rešujemo bodisi z razstavljanjem,

Kvadratna enačba

Kanonska oblika za kvadratno enačbo je $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$, $a, b, c \in \mathbb{R},\ a > 0$. Enačbo rešujemo bodisi z razstavljanjem, bodisi s formulo $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a};\ D = b^2 - 4ac$.

Kvadratna enačba

Kanonska oblika za kvadratno enačbo je $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$, $a, b, c \in \mathbb{R},\ a > 0$. Enačbo rešujemo bodisi z razstavljanjem, bodisi s formulo $x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$; $D = b^2 - 4ac$. Ne pozabimo, da ima pri realnih koeficientih a, b, c enačba:

Kvadratna enačba

Kanonska oblika za kvadratno enačbo je $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$, $a, b, c \in \mathbb{R},\ a > 0$. Enačbo rešujemo bodisi z razstavljanjem, bodisi s formulo $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; $D = b^2 - 4ac$. Ne pozabimo, da ima pri realnih koeficientih a, b, c enačba:

- dve realni rešitvi $\Leftrightarrow D > 0$,

Kvadratna enačba

Kanonska oblika za kvadratno enačbo je $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a > 0$. Enačbo rešujemo bodisi z razstavljanjem, bodisi s formulo $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; $D = b^2 - 4ac$. Ne pozabimo, da ima pri realnih koeficientih a, b, c enačba:

- dve realni rešitvi $\Leftrightarrow D > 0$,
- dvojno ali dvakratno realno rešitev $\Leftrightarrow D = 0$,

Kvadratna enačba

Kanonska oblika za kvadratno enačbo je $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$, $a, b, c \in \mathbb{R},\ a > 0$. Enačbo rešujemo bodisi z razstavljanjem, bodisi s formulo $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; $D = b^2 - 4ac$. Ne pozabimo, da ima pri realnih koeficientih a, b, c enačba:

- dve realni rešitvi $\Leftrightarrow D > 0$,
- dvojno ali dvakratno realno rešitev $\Leftrightarrow D = 0$,
- dve konjugirano kompleksni rešitvi $\Leftrightarrow D < 0$.

Nekaj primerov kvadratnih enačb

Reši naslednje naloge:

Nekaj primerov kvadratnih enačb

Reši naslednje naloge:

1. Pravokotnik ima obseg 46 cm in ploščino 120 cm^2. Koliko meri diagonala?

Nekaj primerov kvadratnih enačb

Reši naslednje naloge:

1. Pravokotnik ima obseg 46 cm in ploščino 120 cm^2. Koliko meri diagonala?
2. Poišči presečišča paraboley $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{23}{8}$ in premice $y = -\frac{1}{4}x + \frac{15}{8}$.

Nekaj primerov kvadratnih enačb

Reši naslednje naloge:

1. Pravokotnik ima obseg 46 cm in ploščino 120 cm^2. Koliko meri diagonala?
2. Poišči presečišča parabole$y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{23}{8}$ in premice $y = -\frac{1}{4}x + \frac{15}{8}$.
3. Izračunaj realno število x tako, da bo dožina vektorja $\vec{a} = (x-2, 3-x, 2x-12)$ enaka 11.

Nekaj primerov kvadratnih enačb

Reši naslednje naloge:

1. Pravokotnik ima obseg 46 cm in ploščino 120 cm^2. Koliko meri diagonala?
2. Poišči presečišča paraboley $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{23}{8}$ in premice $y = -\frac{1}{4}x + \frac{15}{8}$.
3. Izračunaj realno število x tako, da bo dožina vektorja $\vec{a} = (x-2, 3-x, 2x-12)$ enaka 11.
4. Izračunaj $m \in \mathbb{R}$ tako, da bosta vektorja $\vec{a} = (m-2, m, 3)$ in $\vec{b} = (2, x+1, 0)$ pravokotna.

Nekaj primerov kvadratnih enačb

Reši naslednje naloge:

1. Pravokotnik ima obseg 46 cm in ploščino 120 cm^2. Koliko meri diagonala?
2. Poišči presečišča paraboley $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{23}{8}$ in premice $y = -\frac{1}{4}x + \frac{15}{8}$.
3. Izračunaj realno število x tako, da bo dožina vektorja $\vec{a} = (x-2, 3-x, 2x-12)$ enaka 11.
4. Izračunaj $m \in \mathbb{R}$ tako, da bosta vektorja $\vec{a} = (m-2, m, 3)$ in $\vec{b} = (2, x+1, 0)$ pravokotna.
5. Dana je kvadratna enaba $ax^2 - 4x + 2 = 0$, $a \neq 0$, $a \in \mathbb{R}$. Reši to enabo za $a = -2$. Zapiši točni rešitvi. Za katera tevila a ima zgornja enaba dve različni realni rešitvi?

Nekaj primerov kvadratnih enačb

Reši naslednje naloge:

1. Pravokotnik ima obseg 46 cm in ploscino 120 cm^2. Koliko meri diagonala?
2. Poišči presečišča paraboley $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{23}{8}$ in premice $y = -\frac{1}{4}x + \frac{15}{8}$.
3. Izračunaj realno število x tako, da bo dožina vektorja $\vec{a} = (x-2, 3-x, 2x-12)$ enaka 11.
4. Izračunaj $m \in \mathbb{R}$ tako, da bosta vektorja $\vec{a} = (m-2, m, 3)$ in $\vec{b} = (2, x+1, 0)$ pravokotna.
5. Dana je kvadratna enaba $ax^2 - 4x + 2 = 0$, $a \neq 0$, $a \in \mathbb{R}$. Reši to enabo za $a = -2$. Zapiši točni rešitvi. Za katera tevila a ima zgornja enaba dve različni realni rešitvi?
6. Pravokotnik ABCD s ploščino 31,5 cm^2 razdelimo na kvadrat in pravokotnik, ki ima krajšo stranico 2,5 cm. Izračunaj dolžini stranic pravokotnika ABCD.

Nekaj primerov kvadratnih enačb

Reši naslednje naloge:

1. Pravokotnik ima obseg 46 cm in ploščino 120 cm^2. Koliko meri diagonala?
2. Poišči presečišča paraboley $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{23}{8}$ in premice $y = -\frac{1}{4}x + \frac{15}{8}$.
3. Izračunaj realno število x tako, da bo dožina vektorja $\vec{a} = (x - 2, 3 - x, 2x - 12)$ enaka 11.
4. Izračunaj $m \in \mathbb{R}$ tako, da bosta vektorja $\vec{a} = (m - 2, m, 3)$ in $\vec{b} = (2, x + 1, 0)$ pravokotna.
5. Dana je kvadratna enaba $ax^2 - 4x + 2 = 0$, $a \neq 0$, $a \in \mathbb{R}$. Reši to enabo za $a = -2$. Zapiši točni rešitvi. Za katera tevila a ima zgornja enaba dve različni realni rešitvi?
6. Pravokotnik ABCD s ploščino 31,5 cm^2 razdelimo na kvadrat in pravokotnik, ki ima krajšo stranico 2,5 cm. Izračunaj dolžini stranic pravokotnika ABCD.

Polinomske enačbe

Kanonska oblika: $\boxed{p(x) = 0}$, kjer je $p(x)$ polinom, npr. $p(x) = a_n x^n + \ldots + a_0$, $a_n \neq 0$. Števila a_n, a_{n-1}, … a_0 imenujemo koeficienti, med njimi odlikujemo prvega a_n kot **vodilnega** in zadnjega a_0 kot **prostega**.

Polinomske enačbe

Kanonska oblika: $\boxed{p(x) = 0}$, kjer je $p(x)$ polinom, npr. $p(x) = a_n x^n + \ldots + a_0$, $a_n \neq 0$. Števila a_n, a_{n-1}, … a_0 imenujemo koeficienti, med njimi odlikujemo prvega a_n kot **vodilnega** in zadnjega a_0 kot **prostega**.

Načini reševanja:

Polinomske enačbe

Kanonska oblika: $\boxed{p(x) = 0}$, kjer je $p(x)$ polinom, npr. $p(x) = a_n x^n + \ldots + a_0$, $a_n \neq 0$. Števila a_n, a_{n-1}, $\ldots$ a_0 imenujemo koeficienti, med njimi odlikujemo prvega a_n kot **vodilnega** in zadnjega a_0 kot **prostega**.

Načini reševanja: Z razstavljanjem (faktorizacijo):

Pri tej metodi uporabimo naslednje dejstvo:

$A \cdot B = 0 \Rightarrow (A = 0) \vee (B = 0)$.

Polinomske enačbe

Kanonska oblika: $\boxed{p(x) = 0}$, kjer je $p(x)$ polinom, npr.
$p(x) = a_n x^n + \ldots + a_0$, $a_n \neq 0$. Števila a_n, a_{n-1}, $\ldots$ a_0 imenujemo koeficienti, med njimi odlikujemo prvega a_n kot **vodilnega** in zadnjega a_0 kot **prostega**.

Načini reševanja: Z razstavljanjem (faktorizacijo):
Pri tej metodi uporabimo naslednje dejstvo:
$A \cdot B = 0 \Rightarrow (A = 0) \vee (B = 0)$.Enačbo rešujemo tako, da polinom na desni strani enačbe $p(x) = 0$ razcepimo na produkt večih faktorjev in potem vsakega od faktorjev izenačimo z 0; tako dobimo več, običajno bolj enostavnih enačb.

Polinomske enačbe

Kanonska oblika: $\boxed{p(x) = 0}$, kjer je $p(x)$ polinom, npr. $p(x) = a_n x^n + \ldots + a_0$, $a_n \neq 0$. Števila a_n, a_{n-1}, $\ldots$ a_0 imenujemo koeficienti, med njimi odlikujemo prvega a_n kot **vodilnega** in zadnjega a_0 kot **prostega**.

Načini reševanja: Z razstavljanjem (faktorizacijo):

Pri tej metodi uporabimo naslednje dejstvo:

$A \cdot B = 0 \Rightarrow (A = 0) \vee (B = 0)$.Enačbo rešujemo tako, da polinom na desni strani enačbe $p(x) = 0$ razcepimo na produkt večih faktorjev in potem vsakega od faktorjev izenačimo z 0; tako dobimo več, običajno bolj enostavnih enačb.

Primer: **Reši enačbo** $x^3 - x^2 - 6x + 6 = 0$**.**

Polinomske enačbe

Kanonska oblika: $\boxed{p(x) = 0}$, kjer je $p(x)$ polinom, npr. $p(x) = a_n x^n + \ldots + a_0$, $a_n \neq 0$. Števila a_n, a_{n-1}, $\ldots$ a_0 imenujemo koeficienti, med njimi odlikujemo prvega a_n kot **vodilnega** in zadnjega a_0 kot **prostega**.

Načini reševanja: Z razstavljanjem (faktorizacijo):

Pri tej metodi uporabimo naslednje dejstvo:

$A \cdot B = 0 \Rightarrow (A = 0) \vee (B = 0)$.Enačbo rešujemo tako, da polinom na desni strani enačbe $p(x) = 0$ razcepimo na produkt večih faktorjev in potem vsakega od faktorjev izenačimo z 0; tako dobimo več, običajno bolj enostavnih enačb.

Primer: **Reši enačbo $x^3 - x^2 - 6x + 6 = 0$.**

Enačba je že urejena. Razstavljanje tudi ni težko:

$x^3 - x^2 - 6x + 6 = x^2(x-1) - 6(x-1) = (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)$, zato je množica rešitev $\mathcal{R} = \{-1,\ 1\}$. Pri tem imenujemo rešitev $x = 1$ dvojna (dvakratna) rešitev.

Polinomske enačbe

Reševanje z ugibanjem in nižanjem stopnje polinoma (**Hornerjev algoritem**)

Polinomske enačbe

Reševanje z ugibanjem in nižanjem stopnje polinoma (**Hornerjev algoritem**)
Običajno so pri maturitenih nalogah koeficienti polinoma cela števila. V takih primerih rešujemo enačbo $p(x) = 0$ tako, da:

- eno celoštevilčno ali racionalno rešitev uganemo, recimo a

Polinomske enačbe

Reševanje z ugibanjem in nižanjem stopnje polinoma (**Hornerjev algoritem**)

Običajno so pri maturitenih nalogah koeficienti polinoma cela števila. V takih primerih rešujemo enačbo $p(x) = 0$ tako, da:

- eno celoštevilčno ali racionalno rešitev uganemo, recimo a
- s Hornerjevim algoritmom znižamo stopnjo enačbe: $p(x) = (x - a)k(x)$

Polinomske enačbe

Reševanje z ugibanjem in nižanjem stopnje polinoma (**Hornerjev algoritem**)

Običajno so pri maturitenih nalogah koeficienti polinoma cela števila. V takih primerih rešujemo enačbo $p(x) = 0$ tako, da:

- eno celoštevilčno ali racionalno rešitev uganemo, recimo a
- s Hornerjevim algoritmom znižamo stopnjo enačbe: $p(x) = (x - a)k(x)$
- rešimo enačbo $k(x) = 0$.

Polinomske enačbe

Reševanje z ugibanjem in nižanjem stopnje polinoma (**Hornerjev algoritem**)

Običajno so pri maturitenih nalogah koeficienti polinoma cela števila. V takih primerih rešujemo enačbo $p(x) = 0$ tako, da:

- eno celoštevilčno ali racionalno rešitev uganemo, recimo a
- s Hornerjevim algoritmom znižamo stopnjo enačbe: $p(x) = (x - a)k(x)$
- rešimo enačbo $k(x) = 0$.

Celoštevilčne rešitve izbiramo med **delitelji prostega člena**

Polinomske enačbe

Reševanje z ugibanjem in nižanjem stopnje polinoma (**Hornerjev algoritem**)
Običajno so pri maturitenih nalogah koeficienti polinoma cela števila. V takih primerih rešujemo enačbo $p(x) = 0$ tako, da:

- eno celoštevilčno ali racionalno rešitev uganemo, recimo a
- s Hornerjevim algoritmom znižamo stopnjo enačbe: $p(x) = (x - a)k(x)$
- rešimo enačbo $k(x) = 0$.

Celoštevilčne rešitve izbiramo med **delitelji prostega člena**, za racionalno rešitve $\frac{m}{n}$ uporabimo naslednji kriterij:

Polinomske enačbe

Reševanje z ugibanjem in nižanjem stopnje polinoma (**Hornerjev algoritem**)

Običajno so pri maturitenih nalogah koeficienti polinoma cela števila. V takih primerih rešujemo enačbo $p(x) = 0$ tako, da:

- eno celoštevilčno ali racionalno rešitev uganemo, recimo a
- s Hornerjevim algoritmom znižamo stopnjo enačbe: $p(x) = (x - a)k(x)$
- rešimo enačbo $k(x) = 0$.

Celoštevilčne rešitve izbiramo med **delitelji prostega člena**, za racionalno rešitve $\frac{m}{n}$ uporabimo naslednji kriterij:

- **števec m deli prosti člen polinoma,**
- **imenovalec n deli vodilni koeficient polinoma $p(x)$.**

Primer

Rešimo enačbo $2x^4 + x^3 + x^2 + x - 1 = 0$.

Primer

Rešimo enačbo $2x^4 + x^3 + x^2 + x - 1 = 0$.
Možni celoštevilčni rešitvi: ± 1,

Primer

Rešimo enačbo $2x^4 + x^3 + x^2 + x - 1 = 0$.
Možni celoštevilčni rešitvi: ± 1,
Možni racionalni rešitvi: $\pm \frac{1}{2}$,

Primer

Rešimo enačbo $2x^4 + x^3 + x^2 + x - 1 = 0$.
Možni celoštevilčni rešitvi: ± 1,
Možni racionalni rešitvi: $\pm \frac{1}{2}$,
Rešitev $x = -1$ hitro uganemo, z njo znižamo stopnjo:

Primer

Rešimo enačbo $2x^4 + x^3 + x^2 + x - 1 = 0$.
Možni celoštevilčni rešitvi: ± 1,
Možni racionalni rešitvi: $\pm \frac{1}{2}$,
Rešitev $x = -1$ hitro uganemo, z njo znižamo stopnjo:

$$\begin{array}{c|ccccc} & 2 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

Primer

Rešimo enačbo $2x^4 + x^3 + x^2 + x - 1 = 0$.
Možni celoštevilčni rešitvi: ± 1,
Možni racionalni rešitvi: $\pm \frac{1}{2}$,
Rešitev $x = -1$ hitro uganemo, z njo znižamo stopnjo:

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 2 & 1 & 1 & 1 & -1 \\
\hline
-1 & & -2 & 1 & -2 & 1 \\
\hline
 & 2 & -1 & 2 & -1 & \| 0
\end{array}$$

Primer

Rešimo enačbo $2x^4 + x^3 + x^2 + x - 1 = 0$.
Možni celoštevilčni rešitvi: ± 1,
Možni racionalni rešitvi: $\pm \frac{1}{2}$,
Rešitev $x = -1$ hitro uganemo, z njo znižamo stopnjo:

$$\begin{array}{c|rrrrr}
 & 2 & 1 & 1 & 1 & -1 \\
\hline
-1 & & -2 & 1 & -2 & 1 \\
\hline
 & 2 & -1 & 2 & -1 & \|0
\end{array}$$

Dobimo enačbo $2x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0$. V njej pa že ugledamo razcep:
$x^2(2x-1) + (2x-1) = (2x-1)(x^2+1)$, zato so ostale rešitve $\frac{1}{2}$, $\pm i$.

Nekaj primerov

Reši še naslednje naloge:

Nekaj primerov

Reši še naslednje naloge:

1. Poišči ničle polinoma $p(x) = 2x^3 + 7x^2 + 4x - 4$.

Nekaj primerov

Reši še naslednje naloge:

1. Poišči ničle polinoma $p(x) = 2x^3 + 7x^2 + 4x - 4$.
2. Pokaži, da je število $2i$ rešitev enačbe
   $2x^4 + 3x^3 + 13x^2 + 12x + 20 = 0$.

Nekaj primerov

Reši še naslednje naloge:

1. Poišči ničle polinoma $p(x) = 2x^3 + 7x^2 + 4x - 4$.
2. Pokaži, da je število $2i$ rešitev enačbe $2x^4 + 3x^3 + 13x^2 + 12x + 20 = 0$.
3. Izračunaj presečišča polinoma $p(x) = 2x^3 + x^2 - x + 1$ in premice $y - x - 2 = 0$.

Nekaj primerov

Reši še naslednje naloge:

1. Poišči ničle polinoma $p(x) = 2x^3 + 7x^2 + 4x - 4$.
2. Pokaži, da je število $2i$ rešitev enačbe $2x^4 + 3x^3 + 13x^2 + 12x + 20 = 0$.
3. Izračunaj presečišča polinoma $p(x) = 2x^3 + x^2 - x + 1$ in premice $y - x - 2 = 0$.
4. Reši enačbo $x^3 = 2x^2 - 2x + 4$.

Nekaj primerov

Reši še naslednje naloge:

1. Poišči ničle polinoma $p(x) = 2x^3 + 7x^2 + 4x - 4$.
2. Pokaži, da je število $2i$ rešitev enačbe $2x^4 + 3x^3 + 13x^2 + 12x + 20 = 0$.
3. Izračunaj presečišča polinoma $p(x) = 2x^3 + x^2 - x + 1$ in premice $y - x - 2 = 0$.
4. Reši enačbo $x^3 = 2x^2 - 2x + 4$.
5. Dan je polinom $p(x) = 10x^3 - 19x^2 + ax + 4$. Določite realno število a tako, da bo število 2 ničla tega polinoma. Nato poišči še preostali ničli polinoma p.

Nekaj primerov

Reši še naslednje naloge:

1. Poišči ničle polinoma $p(x) = 2x^3 + 7x^2 + 4x - 4$.
2. Pokaži, da je število $2i$ rešitev enačbe $2x^4 + 3x^3 + 13x^2 + 12x + 20 = 0$.
3. Izračunaj presečišča polinoma $p(x) = 2x^3 + x^2 - x + 1$ in premice $y - x - 2 = 0$.
4. Reši enačbo $x^3 = 2x^2 - 2x + 4$.
5. Dan je polinom $p(x) = 10x^3 - 19x^2 + ax + 4$. Določite realno število a tako, da bo število 2 ničla tega polinoma. Nato poišči še preostali ničli polinoma p.
6. Dane so množice realnih števil: $\mathcal{A} = \{x;\ x^3 + x^2 - x - 1 = 0\}$, $\mathcal{B} = \{x;\ 2x^2 - 3x - 5 = 0\}$, $\mathcal{C} = \{x;\ \frac{x}{3} - \frac{x}{2} + \frac{5}{12} = 0\}$. Zapiši množice $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ in $(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \cap \mathcal{C}$.

Racionalne enačbe

Racionalne so tiste enačbe, v katerih sodelujejo racionalne funkcije. Rešujemo jih tako, da odpravimo ulomke in dobimo polinomsko enačbo. Rešitvam moramo preveriti ustreznost, saj racionalne funkcije niso definirane za vsa realna števila.

Racionalne enačbe

Racionalne so tiste enačbe, v katerih sodelujejo racionalne funkcije. Rešujemo jih tako, da odpravimo ulomke in dobimo polinomsko enačbo. Rešitvam moramo preveriti ustreznost, saj racionalne funkcije niso definirane za vsa realna števila.

Reši enačbo: $\dfrac{1}{x-3} - \dfrac{2}{x+3} = \dfrac{6}{x^2-9}$.

Racionalne enačbe

Racionalne so tiste enačbe, v katerih sodelujejo racionalne funkcije. Rešujemo jih tako, da odpravimo ulomke in dobimo polinomsko enačbo. Rešitvam moramo preveriti ustreznost, saj racionalne funkcije niso definirane za vsa realna števila.

Reši enačbo: $\frac{1}{x-3} - \frac{2}{x+3} = \frac{6}{x^2-9}$.

Odpravimo ulomke; dobimo enačbo: $(x+3) - 2(x-3) = 6$, ki ima rešitev $x = 3$. Toda ta rešitev ne ustreza, saj $x = 3$ ni v definicijskem območju racionalnih funkcij na levi in desni strani prvotne enačbe.

Nalogi

1. Izračunaj stacionarne točke funkcije $f(x) = \dfrac{12x}{x^2 + 9}$.

Nalogi

1. Izračunaj stacionarne točke funkcije $f(x) = \dfrac{12x}{x^2+9}$.
2. Izračunaj presečišča grafov funkcij $f(x) = \dfrac{6}{x-4} - \dfrac{6}{x+1}$ in $g(x) = \dfrac{1}{4}(-x^2+7x-30)$.

Iracionalne enačbe

Iracionalne so tiste enačbe, v katerih neznanke nastopajo pod koreni.

Iracionalne enačbe

Iracionalne so tiste enačbe, v katerih neznanke nastopajo pod koreni. Za nas bodo zanimivi le kvadratni koreni.

Iracionalne enačbe

Iracionalne so tiste enačbe, v katerih neznanke nastopajo pod koreni. Za nas bodo zanimivi le kvadratni koreni.
Glavno orodje reševanja iracionalnih enačb je kvadriranje ($A = B \Rightarrow A^2 = B^2$).

Iracionalne enačbe

Iracionalne so tiste enačbe, v katerih neznanke nastopajo pod koreni. Za nas bodo zanimivi le kvadratni koreni.
Glavno orodje reševanja iracionalnih enačb je kvadriranje ($A = B \Rightarrow A^2 = B^2$). Pri tem moramo paziti, da ne pridobimo napačnih rešitev.

Iracionalne enačbe

Iracionalne so tiste enačbe, v katerih neznanke nastopajo pod koreni. Za nas bodo zanimivi le kvadratni koreni.
Glavno orodje reševanja iracionalnih enačb je kvadriranje ($A = B \Rightarrow A^2 = B^2$). Pri tem moramo paziti, da ne pridobimo napačnih rešitev. Recimo, enačba $x = 1$ ima le eno rešitev, enačba, ki jo dobimo s kvadriranjem te enačbe, $x^2 = 1$,pa ima dve rešitvi.

Iracionalne enačbe

Iracionalne so tiste enačbe, v katerih neznanke nastopajo pod koreni. Za nas bodo zanimivi le kvadratni koreni.
Glavno orodje reševanja iracionalnih enačb je kvadriranje ($A = B \Rightarrow A^2 = B^2$). Pri tem moramo paziti, da ne pridobimo napačnih rešitev. Recimo, enačba $x = 1$ ima le eno rešitev, enačba, ki jo dobimo s kvadriranjem te enačbe, $x^2 = 1$,pa ima dve rešitvi.Zato moramo dobljene rešitve po koncu reševanja preizkusiti.

Iracionalne enačbe

Iracionalne so tiste enačbe, v katerih neznanke nastopajo pod koreni. Za nas bodo zanimivi le kvadratni koreni.
Glavno orodje reševanja iracionalnih enačb je kvadriranje $(A = B \Rightarrow A^2 = B^2)$. Pri tem moramo paziti, da ne pridobimo napačnih rešitev. Recimo, enačba $x = 1$ ima le eno rešitev, enačba, ki jo dobimo s kvadriranjem te enačbe, $x^2 = 1$,pa ima dve rešitvi.Zato moramo dobljene rešitve po koncu reševanja preizkusiti.
Pred kvadriranjem iracionalno enačbo uredimo tako, da koren osamimo, če pa je korenov več, jih poskušamo uravnotežiti na levi in desni strani enačbe.

Iracionalne enačbe

Iracionalne so tiste enačbe, v katerih neznanke nastopajo pod koreni. Za nas bodo zanimivi le kvadratni koreni.
Glavno orodje reševanja iracionalnih enačb je kvadriranje ($A = B \Rightarrow A^2 = B^2$). Pri tem moramo paziti, da ne pridobimo napačnih rešitev. Recimo, enačba $x = 1$ ima le eno rešitev, enačba, ki jo dobimo s kvadriranjem te enačbe, $x^2 = 1$,pa ima dve rešitvi.Zato moramo dobljene rešitve po koncu reševanja preizkusiti.
Pred kvadriranjem iracionalno enačbo uredimo tako, da koren osamimo, če pa je korenov več, jih poskušamo uravnotežiti na levi in desni strani enačbe.
Primer: Reši enačbo $2x + 3 = \sqrt{x + 3}$.

Potenčne enačbe

Preprosta **potenčna** enačba imenujemo tisto enačbo, ki jo lahko preoblikujemo v obliko $x^a = b$, kjer $a \in \mathbb{Q}$, $b \in \mathbb{R}$(torej je a ulomek, b pa poljubno realno število).

Potenčne enačbe

Preprosta **potenčna** enačba imenujemo tisto enačbo, ki jo lahko preoblikujemo v obliko $x^a = b$, kjer $a \in \mathbb{Q}$, $b \in \mathbb{R}$(torej je a ulomek, b pa poljubno realno število).
Ena od metod, kako tako enačbo rešimo je taka, da levo in desno stran potenciramo z obratno vrednostjo eksponenta a. Za primer rešimo enačbo: $a\sqrt[3]{a} = 16$. Preoblikujemo jo v $a \cdot a^{\frac{1}{3}} = 16 \Rightarrow a^{\frac{4}{3}} = 16$. Zato:

Potenčne enačbe

Preprosta **potenčna** enačba imenujemo tisto enačbo, ki jo lahko preoblikujemo v obliko $x^a = b$, kjer $a \in \mathbb{Q}$, $b \in \mathbb{R}$(torej je a ulomek, b pa poljubno realno število).

Ena od metod, kako tako enačbo rešimo je taka, da levo in desno stran potenciramo z obratno vrednostjo eksponenta a. Za primer rešimo enačbo: $a\sqrt[3]{a} = 16$. Preoblikujemo jo v $a \cdot a^{\frac{1}{3}} = 16 \Rightarrow a^{\frac{4}{3}} = 16$. Zato:

$$a^{\frac{4}{3}} = 16 \,\Big|()^{\frac{3}{4}} \Rightarrow a = 16^{\frac{3}{4}} \Rightarrow a = \sqrt[4]{16}^3 = 8 \qquad \square$$

Potenčne enačbe

Preprosta **potenčna** enačba imenujemo tisto enačbo, ki jo lahko preoblikujemo v obliko $x^a = b$, kjer $a \in \mathbb{Q}$, $b \in \mathbb{R}$(torej je a ulomek, b pa poljubno realno število).
Ena od metod, kako tako enačbo rešimo je taka, da levo in desno stran potenciramo z obratno vrednostjo eksponenta a. Za primer rešimo enačbo: $a\sqrt[3]{a} = 16$. Preoblikujemo jo v $a \cdot a^{\frac{1}{3}} = 16 \Rightarrow a^{\frac{4}{3}} = 16$. Zato:

$$a^{\frac{4}{3}} = 16 \Big|()^{\frac{3}{4}} \Rightarrow a = 16^{\frac{3}{4}} \Rightarrow a = \sqrt[4]{16}^3 = 8 \qquad \square$$

Za drugi primer si izberimo naslednjo nalogo: Izračunaj osnovo a tako, da bo točka $A(-2/3, 9/4)$ ležala na grafu funkcije $y = a^x$.

Potenčne enačbe

Preprosta **potenčna** enačba imenujemo tisto enačbo, ki jo lahko preoblikujemo v obliko $x^a = b$, kjer $a \in \mathbb{Q}$, $b \in \mathbb{R}$(torej je a ulomek, b pa poljubno realno število).
Ena od metod, kako tako enačbo rešimo je taka, da levo in desno stran potenciramo z obratno vrednostjo eksponenta a. Za primer rešimo enačbo: $a\sqrt[3]{a} = 16$. Preoblikujemo jo v $a \cdot a^{\frac{1}{3}} = 16 \Rightarrow a^{\frac{4}{3}} = 16$. Zato:

$$a^{\frac{4}{3}} = 16 \,\Big|()^{\frac{3}{4}} \Rightarrow a = 16^{\frac{3}{4}} \Rightarrow a = \sqrt[4]{16}^3 = 8 \qquad \square$$

Za drugi primer si izberimo naslednjo nalogo: Izračunaj osnovo a tako, da bo točka $A(-2/3, 9/4)$ ležala na grafu funkcije $y = a^x$. Ker točka A leži na grafu funkcije, njeni koordinati ustrezata enačbi funkcije.

Potenčne enačbe

Preprosta **potenčna** enačba imenujemo tisto enačbo, ki jo lahko preoblikujemo v obliko $x^a = b$, kjer $a \in \mathbb{Q}$, $b \in \mathbb{R}$(torej je a ulomek, b pa poljubno realno število).
Ena od metod, kako tako enačbo rešimo je taka, da levo in desno stran potenciramo z obratno vrednostjo eksponenta a. Za primer rešimo enačbo: $a\sqrt[3]{a} = 16$. Preoblikujemo jo v $a \cdot a^{\frac{1}{3}} = 16 \Rightarrow a^{\frac{4}{3}} = 16$. Zato:

$$a^{\frac{4}{3}} = 16 \,\Big|()^{\frac{3}{4}} \Rightarrow a = 16^{\frac{3}{4}} \Rightarrow a = \sqrt[4]{16}^3 = 8 \qquad \square$$

Za drugi primer si izberimo naslednjo nalogo: Izračunaj osnovo a tako, da bo točka $A(-2/3, 9/4)$ ležala na grafu funkcije $y = a^x$. Ker točka A leži na grafu funkcije, njeni koordinati ustrezata enačbi funkcije.Zato

$$a^{-\frac{2}{3}} = \frac{9}{4} \Rightarrow a = \left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \qquad \square$$

Eksponentne enačbe

Preproste **eksponentne** enačbe so tiste, pri katerih neznanka nastopa v **eksponentu** in se z elementarnimi transformacijami prevedejo v eno od naslednjih oblik:

- $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (**ista osnova**). Rešujemo enačbo $f(x) = g(x)$.

Eksponentne enačbe

Preproste **eksponentne** enačbe so tiste, pri katerih neznanka nastopa v **eksponentu** in se z elementarnimi transformacijami prevedejo v eno od naslednjih oblik:

- $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (**ista osnova**). Rešujemo enačbo $f(x) = g(x)$.
- $(a^{f(x)} = b^{f(x)}) \wedge (a \neq b)$ (**isti eksponent, različni osnovi**). Rešujemo enačbo $f(x) = 0$.

Eksponentne enačbe

Preproste **eksponentne** enačbe so tiste, pri katerih neznanka nastopa v **eksponentu** in se z elementarnimi transformacijami prevedejo v eno od naslednjih oblik:

- $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (**ista osnova**). Rešujemo enačbo $f(x) = g(x)$.
- $(a^{f(x)} = b^{f(x)}) \wedge (a \neq b)$ (**isti eksponent, različni osnovi**). Rešujemo enačbo $f(x) = 0$.
- $(a^{f(x)} = b^{g(x)}) \wedge (a \neq b)$ (**različni osnovi, različna eksponenta**). Enačbo rešujemo z logaritmiranjem.

Eksponentne enačbe

Preproste **eksponentne** enačbe so tiste, pri katerih neznanka nastopa v **eksponentu** in se z elementarnimi transformacijami prevedejo v eno od naslednjih oblik:

- $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (**ista osnova**). Rešujemo enačbo $f(x) = g(x)$.
- $(a^{f(x)} = b^{f(x)}) \wedge (a \neq b)$ (**isti eksponent, različni osnovi**). Rešujemo enačbo $f(x) = 0$.
- $(a^{f(x)} = b^{g(x)}) \wedge (a \neq b)$ (**različni osnovi, različna eksponenta**). Enačbo rešujemo z logaritmiranjem.
- $A \cdot a^{2x} + B \cdot a^x + C = 0$. Enačbo prevedemo z novo neznanko $a^x = t$ na kvadratno enačbo $At^2 + Bt + C = 0$.

Eksponentne enačbe

Preproste **eksponentne** enačbe so tiste, pri katerih neznanka nastopa v **eksponentu** in se z elementarnimi transformacijami prevedejo v eno od naslednjih oblik:

- $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (**ista osnova**). Rešujemo enačbo $f(x) = g(x)$.
- $(a^{f(x)} = b^{f(x)}) \wedge (a \neq b)$ (**isti eksponent, različni osnovi**). Rešujemo enačbo $f(x) = 0$.
- $(a^{f(x)} = b^{g(x)}) \wedge (a \neq b)$ (**različni osnovi, različna eksponenta**). Enačbo rešujemo z logaritmiranjem.
- $A \cdot a^{2x} + B \cdot a^x + C = 0$. Enačbo prevedemo z novo neznanko $a^x = t$ na kvadratno enačbo $At^2 + Bt + C = 0$.

Rešimo primera:

1. Reši enačbo $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+1} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x+2} = \frac{4}{9}$
2. Reši enačbo $9^x : \sqrt[3]{3^{x-1}} = 3^{x-1} \cdot \sqrt{3^{3x-4}}$

Definicija in pravila logaritmiranja

Logaritem z osnovo a števila b $(= \log_a b)$ imenujemo eksponent c, ki reši eksponentno enačbo $a^c = b$. Torej:

$$\boxed{\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b}$$

Levemu delu gornje ekvivalence pravimo eksplicitni zapis logaritma, desni del je implicitni zapis logaritma. Seveda moramo paziti na pogoje, ki veljajo za števili a in b: Osnova a je pozitivna in $a \neq 1$, logaritmand b je pozitiven, torej $b > 0$.

Vzemimo $\log_a x = u$ in $\log_a y = v$. Logaritme zapišimo implicitno: $x = a^u$ in $y = a^v$. Zato je $x \cdot y = a^u \cdot a^v$ in tako $x \cdot y = a^{u+v}$. Zadnji zapis spremenimo v eksplicitni zapis; dobimo: $u + v = \log_a(x \cdot y)$. Zadnja enačba $\log_a x + \log_a x = \log_a(x \cdot y)$ pravi, da logaritem spremeni produkt v vsoto logaritmov. Podobno bi pridelali še pravila, da logaritem spremeni deljenje v odštevanje, potenciranje v množenje in korenjenje v deljenje, skratka "težje " računske operacije v lažje. To je bilo v začetku 17. stoletja eno glavnih vodil za iznajdbo logaritmov.[1]

[1] Za več informacij si oglej stran `http://en.wikipedia.org/wiki/Logarithm`, predvsem razdelek o zgodovini

Definicija in pravila logaritmiranja

$$\boxed{\log_a x + \log_a x = \log_a xy \quad | \quad \log_a x - \log_a x = \log_a \frac{x}{y}}$$

$$\boxed{y \log_a x = \log_a x^y \quad | \quad \frac{1}{y} \log_a x = \log_a \sqrt[y]{x}}$$

Logaritme v današnjem času računamo z žepnimi ali kakimi drugimi računalniki. Običajni računalniki računajo takoimenovane Briggsove $(= \log)$in naravne logaritme $(= \ln)$, logaritme drugih osnov pa ne zanjo izračunati. Zato je važno naslednje pravilo, ki omogoča prehod logaritma na drugo osnovo (izpeljava je posledica pravila za logaritem potence):

$$\boxed{\log_a x = \frac{\log_c x}{\log_c a}}$$

Logaritemske enačbe

So enačbe, v katerih neznanka nastopa v logaritemski osnovi ali v logaritmandu. Preprostejše enačbe delimo v dva tipa:

- **[(A)] V enačbi nastopajo logaritmi in števila. Enačbo s pravili preoblikujemo do oblike** $\log_a f(x) = b$**. Rešujemo enačbo** $f(x) = a^b$**.**
- **[(B)] V enačbi nastopajo le logaritmi z isto osnovo. S pravili jo preoblikujemo do oblike** $\log_a f(x) = \log_a g(x)$**. Rešujemo enačbo** $f(x) = g(x)$**.**

Pri preoblikovanju v značilno obliko uporabljamo pravila.

Naloge

Reši naslednje logaritemske enačbe:

1. $\log_{\frac{1}{27}} x = -\dfrac{2}{3}$ $[\dfrac{9}{4}]$, $\log_{81} x = \dfrac{1}{2}$ $[9]$ $\log_5 x = 3$ $[125]$.
2. $\log_x 16 = 2$ $[4]$, $\log_x 729 = 3$ $[9]$ $\log_x 512 = 3$ $[8]$.
3. $\log x - \log(x-5) = \log 3 + \log 2$ $[6]$.
4. $^{\mathbf{M}} 1 + \log_2(4x+1) = 0$ $[-\dfrac{1}{8}]$.
5. $^{\mathbf{M}}$ $\log(2-x) + \log(1-x) = \log(8-4x)$ $[-3]$.
6. $^{\mathbf{M}}$ $\log(3 + 2\log(1+x)) = 0$ $[-\frac{9}{10}]$.
7. $^{\mathbf{M}}$ $\log_x(2x+3) = 2$ $[3]$.
8. $^{\mathbf{M}}$ $\log_2 x = 2 - \log_2(x-3)$ $[4]$.

Trigonometrične enačbe

Trigonometrične so tiste enačbe, ki vsebujejo v svojih straneh kotne funkcije. Na osnovnem nivoju mature jih razdelimo v tri skupine:

Trigonometrične enačbe

Trigonometrične so tiste enačbe, ki vsebujejo v svojih straneh kotne funkcije. Na osnovnem nivoju mature jih razdelimo v tri skupine:

- **Osnovne** imajo kanonsko obliko $\sin(\ldots) = a$, $\cos(\ldots) = a$, $\tan(\ldots) = a$.

Trigonometrične enačbe

Trigonometrične so tiste enačbe, ki vsebujejo v svojih straneh kotne funkcije. Na osnovnem nivoju mature jih razdelimo v tri skupine:

- **Osnovne** imajo kanonsko obliko $\sin(\ldots) = a$, $\cos(\ldots) = a$, $\tan(\ldots) = a$.
- Enačbe, ki jih z **novo spremenljivko** preoblikujemo v več osnovnih.

Trigonometrične enačbe

Trigonometrične so tiste enačbe, ki vsebujejo v svojih straneh kotne funkcije. Na osnovnem nivoju mature jih razdelimo v tri skupine:

- **Osnovne** imajo kanonsko obliko $\sin(\ldots) = a$, $\cos(\ldots) = a$, $\tan(\ldots) = a$.
- Enačbe, ki jih z **novo spremenljivko** preoblikujemo v več osnovnih.
- Enačbe, ki jih lahko **faktoriziramo**.

Trigonometrične enačbe

Trigonometrične so tiste enačbe, ki vsebujejo v svojih straneh kotne funkcije. Na osnovnem nivoju mature jih razdelimo v tri skupine:

- **Osnovne** imajo kanonsko obliko $\sin(\ldots) = a$, $\cos(\ldots) = a$, $\tan(\ldots) = a$.
- Enačbe, ki jih z **novo spremenljivko** preoblikujemo v več osnovnih.
- Enačbe, ki jih lahko **faktoriziramo**.

Pri reševanju moramo dobro poznati zveze med kotnimi funkcijami. Nekatere so na maturi dopisane v poli, recimo adicijski izreki, naslednje se moramo naučiti:

$$\boxed{\sin^2 x + \cos^2 x = 1} \quad \boxed{\cot x = \frac{1}{\tan x}} \quad \boxed{\sin 2x = 2 \sin x \cos x} \quad \boxed{\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x}$$

$$\boxed{\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}} \quad \boxed{\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}} \quad \boxed{\tan^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}} \quad \boxed{\cot^2 x + 1 = \frac{1}{\sin^2 x}}$$

Osnovne enačbe

Lotimo se najprej enačbe $\boxed{\sin f(x) = a}$:

- Ker je po definiciji sin kota ordinata, poiščemo na kotomerni krožnici točko(i) z ordinato a; običajno sta taki točki dve.
- Izračunamo pripadajoča osnovna kota:

$$\alpha_1 = \arcsin(a) \text{ in } \alpha_2 = \pi - \alpha_1$$

- Upoštevamo periodičnost funkcije sin in zapišemo enačbi: $f(x) = \alpha_1 + k \cdot 2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ in $f(x) = \alpha_2 + k \cdot 2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$
- Dobljeni enačbi rešimo; dobimo dve družini rešitev.

Podobno rešujemo enačbo $\boxed{\cos f(x) = a}$, le da sta tu osnovni rešitvi $\alpha_1 = \arccos(a)$ in $\alpha_2 = -\alpha_1$.

Primer1

Reši enačbo $2\sin\frac{x}{2}+1=0$**.**

Primer1

Reši enačbo $2\sin\frac{x}{2}+1=0$**.**

- Enačbo uredimo: $\sin\frac{x}{2}=-\frac{1}{2}$

Primer1

Reši enačbo $2\sin\dfrac{x}{2}+1=0$**.**

- Enačbo uredimo: $\sin\dfrac{x}{2}=-\dfrac{1}{2}$
- V kotomerni krožnici poiščemo točki z ordinato $-\frac{1}{2}$

Primer1

Reši enačbo $2\sin\dfrac{x}{2}+1=0$**.**

- Enačbo uredimo: $\sin\dfrac{x}{2}=-\dfrac{1}{2}$
- V kotomerni krožnici poiščemo točki z ordinato $-\frac{1}{2}$
- Preberemo osnovna kota $\alpha_1=-30^\circ=-\frac{\pi}{6}$ in $\alpha_2=210^\circ=\frac{7\pi}{6}$

Primer1

Reši enačbo $2\sin\dfrac{x}{2}+1=0$**.**

- Enačbo uredimo: $\sin\dfrac{x}{2}=-\dfrac{1}{2}$
- V kotomerni krožnici poiščemo točki z ordinato $-\frac{1}{2}$
- Preberemo osnovna kota $\alpha_1=-30^\circ=-\frac{\pi}{6}$ in $\alpha_2=210^\circ=\frac{7\pi}{6}$
- Upoštevamo periodičnost in dobimo enačbi: $\frac{x}{2}=-30^\circ+k\cdot 360^\circ=\frac{\pi}{6}+k\cdot 2\pi$ in $\frac{x}{2}=210^\circ+k\cdot 360^\circ=\frac{7\pi}{6}+k\cdot 2\pi$

Primer1

Reši enačbo $2\sin\dfrac{x}{2}+1=0$**.**

- Enačbo uredimo: $\sin\dfrac{x}{2}=-\dfrac{1}{2}$
- V kotomerni krožnici poiščemo točki z ordinato $-\frac{1}{2}$
- Preberemo osnovna kota $\alpha_1=-30^\circ=-\frac{\pi}{6}$ in $\alpha_2=210^\circ=\frac{7\pi}{6}$
- Upoštevamo periodičnost in dobimo enačbi:
  $\frac{x}{2}=-30^\circ+k\cdot 360^\circ=\frac{\pi}{6}+k\cdot 2\pi$ in $\frac{x}{2}=210^\circ+k\cdot 360^\circ=\frac{7\pi}{6}+k\cdot 2\pi$

Od tod pa že dobimo rešitvi: $x_1=-60^\circ+k\cdot 720^\circ,\ k\in\mathbb{Z}$

Primer1

Reši enačbo $2\sin\dfrac{x}{2}+1=0$**.**

- Enačbo uredimo: $\sin\dfrac{x}{2}=-\dfrac{1}{2}$
- V kotomerni krožnici poiščemo točki z ordinato $-\frac{1}{2}$
- Preberemo osnovna kota $\alpha_1=-30^\circ=-\frac{\pi}{6}$ in $\alpha_2=210^\circ=\frac{7\pi}{6}$
- Upoštevamo periodičnost in dobimo enačbi:
  $\frac{x}{2}=-30^\circ+k\cdot 360^\circ=\frac{\pi}{6}+k\cdot 2\pi$ in $\frac{x}{2}=210^\circ+k\cdot 360^\circ=\frac{7\pi}{6}+k\cdot 2\pi$

Od tod pa že dobimo rešitvi: $x_1=-60^\circ+k\cdot 720^\circ,\ k\in\mathbb{Z}$ in
$x_2=420^\circ+k\cdot 720^\circ,\ k\in\mathbb{Z}$

Enačba $\tan x = a$

Enačba $\tan f(x) = a$ ima le eno osnovno družino rešitev $f(x) = \arctan a + n \cdot \pi,\ n \in \mathbb{Z}$, enačbo $\cot f(x) = a$ pa preoblikujemo v enačbo $\tan f(x) = \frac{1}{a}$.

Enačba $\tan x = a$

Enačba $\tan f(x) = a$ ima le eno osnovno družino rešitev $f(x) = \arctan a + n \cdot \pi, \ n \in \mathbb{Z}$, enačbo $\cot f(x) = a$ pa preoblikujemo v enačbo $\tan f(x) = \frac{1}{a}$.

Ilustrirajmo na primeru. Izračunaj vse ničle funkcije $f(x) = \tan(\dfrac{2x}{3} - \dfrac{\pi}{6})$.

Enačba $\tan x = a$

Enačba $\tan f(x) = a$ ima le eno osnovno družino rešitev $f(x) = \arctan a + n \cdot \pi,\ n \in \mathbb{Z}$, enačbo $\cot f(x) = a$ pa preoblikujemo v enačbo $\tan f(x) = \frac{1}{a}$.

Ilustrirajmo na primeru. Izračunaj vse ničle funkcije $f(x) = \tan(\dfrac{2x}{3} - \dfrac{\pi}{6})$.

Rešujemo torej enačbo $\tan(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{6}) = 0$. Ker je $\arctan 0 = 0$, je $\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{6} = n\pi$ in tako $4x - \pi = 6n\pi$.

Enačba $\tan x = a$

Enačba $\tan f(x) = a$ ima le eno osnovno družino rešitev $f(x) = \arctan a + n \cdot \pi,\ n \in \mathbb{Z}$, enačbo $\cot f(x) = a$ pa preoblikujemo v enačbo $\tan f(x) = \frac{1}{a}$.

Ilustrirajmo na primeru. Izračunaj vse ničle funkcije $f(x) = \tan(\dfrac{2x}{3} - \dfrac{\pi}{6})$.

Rešujemo torej enačbo $\tan(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{6}) = 0$. Ker je $\arctan 0 = 0$, je $\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{6} = n\pi$ in tako $4x - \pi = 6n\pi$.
Odtod je $x = \frac{\pi}{4}(6n + 1),\ n \in \mathbb{Z}$.

Enačbe, ki jih rešimo z uvedbo nove neznanke

Začnimo s primerom. Reši enačbo $\sin x + \cos 2x = 1$.

Enačbe, ki jih rešimo z uvedbo nove neznanke

Začnimo s primerom. Reši enačbo $\sin x + \cos 2x = 1$.Najprej opazimo, da "koti" niso poenoteni. Zato uporabimo formulo za $\cos 2x$ in enačbo preoblikujemo v $\sin x + \cos^2 x - \sin^2 x = 1$.

Enačbe, ki jih rešimo z uvedbo nove neznanke

Začnimo s primerom. Reši enačbo $\sin x + \cos 2x = 1$.Najprej opazimo, da "koti" niso poenoteni. Zato uporabimo formulo za $\cos 2x$ in enačbo preoblikujemo v $\sin x + \cos^2 x - \sin^2 x = 1$.Naslednji korak poenotenja je čim bolj enostaven zapis z isto kotno funkcijo.

Enačbe, ki jih rešimo z uvedbo nove neznanke

Začnimo s primerom. Reši enačbo $\sin x + \cos 2x = 1$.Najprej opazimo, da "koti" niso poenoteni. Zato uporabimo formulo za $\cos 2x$ in enačbo preoblikujemo v $\sin x + \cos^2 x - \sin^2 x = 1$.Naslednji korak poenotenja je čim bolj enostaven zapis z isto kotno funkcijo. Dobimo:
$\sin x + 1 - 2\sin^2 x = 1$.

Enačbe, ki jih rešimo z uvedbo nove neznanke

Začnimo s primerom. Reši enačbo $\sin x + \cos 2x = 1$.Najprej opazimo, da "koti" niso poenoteni. Zato uporabimo formulo za $\cos 2x$ in enačbo preoblikujemo v $\sin x + \cos^2 x - \sin^2 x = 1$.Naslednji korak poenotenja je čim bolj enostaven zapis z isto kotno funkcijo. Dobimo:
$\sin x + 1 - 2\sin^2 x = 1$. Vpeljemo novo neznanko $\sin x = t$; dobimo kvadratno enačbo $2t^2 - t = 0$ z rešitvama $t_1 = 0$ in $t_2 = \frac{1}{2}$.

Enačbe, ki jih rešimo z uvedbo nove neznanke

Začnimo s primerom. Reši enačbo $\sin x + \cos 2x = 1$.Najprej opazimo, da "koti" niso poenoteni. Zato uporabimo formulo za $\cos 2x$ in enačbo preoblikujemo v $\sin x + \cos^2 x - \sin^2 x = 1$.Naslednji korak poenotenja je čim bolj enostaven zapis z isto kotno funkcijo. Dobimo:
$\sin x + 1 - 2\sin^2 x = 1$. Vpeljemo novo neznanko $\sin x = t$; dobimo kvadratno enačbo $2t^2 - t = 0$ z rešitvama $t_1 = 0$ in $t_2 = \frac{1}{2}$. Na koncu rešimo dve osnovni enačbi $\sin x = 0$ in $\sin x = \frac{1}{2}$.
V reševanju primera izluščimo osnovno idejo za reševanje podobnih enačb:

- Poenoti kote.
- Poenoti kotno funkcijo.
- Vpelji novo neznanko.
- Reši dobljene osnovne enačbe.

Naloge

1. Reši naslednje osnovne trigonometrijske enačbe:
   - $\sin \frac{2x}{3} = -\frac{1}{2}$
   - $4\cos(x - 20^\circ) = 3$
   - $\operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4} - 2x) = \sqrt{3}$
   - $\cos^2(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$
2. Preoblikuj naslednje enačbe v obliko, v kateri nastopa samo ena vrsta kotne funkcije in jih reši z uvedbo nove neznanke:
   - $2\operatorname{tg}^2 x + \frac{3}{\cos x} = 0$
   - $2\cos^2 x + 11\sin x = 7$
   - $\sin^2 x + 4\cos x + 4 = 0$